第 39 卷 第 4 期
2021 年 12 月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 39, No. 4
Dec., 2021

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2021.04.05

核心坍缩型超新星致引力波暴

李洪波[1,2]，邵立晶[2,3]，徐仁新[1,2]

(1. 北京大学 物理学院 天文学系，北京 100871； 2. 北京大学 科维理天文与天体物理研究所，北京 100871； 3. 中国科学院 国家天文台，北京 100012)

摘要： 自开始探测引力波以来，核心坍缩型超新星就被认为是一类重要的引力波天体物理源。回顾了广义相对论中引力波的相关知识，介绍了核心坍缩型超新星在 Fe 核心坍缩阶段和反弹阶段，其 Fe 核旋转的角速度和对流不稳定性对引力波暴的影响，并且讨论了核心坍缩型超新星爆发的最终产物——原中子星的振荡理论以及其产生的引力波暴。最后，展望通过电磁波和引力波的协同观测，将来能够更好地理解核心坍缩型超新星爆发的全过程，并进而探知中子星的内部结构。

关 键 词： 核心坍缩型超新星；引力波暴；中子星；振荡模式

中图分类号： P142.6 **文献标识码：** A

1 引 言

引力波是爱因斯坦[1, 2]的广义相对论预言的一种时空涟漪，它是时空本身的一种波动现象。根据引力波理论，物质产生的引力辐射的功率与物质质量四极矩对时间的三阶导数的平方成正比。因此，质量四极矩的变化越快则产生的引力波的强度越强；关于引力波的理论可参考 Maggiore 的著作[3]。在地面引力波探测实验中，引力波探测器主要分为共振棒引力波探测器和激光干涉仪引力波探测器两类①，其中激光干涉仪引力波探测器由于探测灵敏度高、频率范围大，很快便成为主要的引力波探测器。2016 年 2 月 11 日，LIGO 和 Virgo 合作组宣布，他们首次探测到了双黑洞并合产生的引力波信号，即 GW150914 引力波事件[4, 5]。如今，随着 LIGO 和 Virgo 激光干涉仪引力波探测器的升级改造，越来越多的双黑洞并合产生的引力波事件被探测到[6, 7]。因此，引力波的发现开启了引力波天文学研究的新时代。

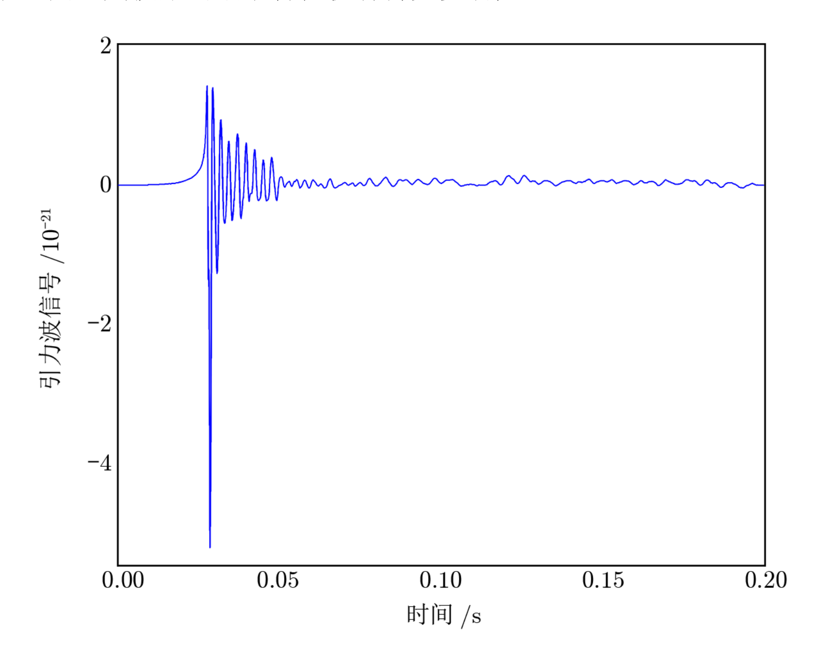
收稿日期： 2021-03-04； **修回日期：** 2021-04-23

资助项目： SKA专项 (2020SKA0120300)；国家自然科学基金 (11975027, 11991053, 11721303)；中国科协青年人才托举工程 (2018QNRC001)；科技部“重点研发”项目 (2017YFA0402602)。

通讯作者： 李洪波，lihb2020@stu.pku.edu.cn

① 关于引力波探测器的工作原理，可参看王运永著的《引力波探测》，2020 年，科学出版社，第 5、6 章。

由于实验室无法产生可供探测的引力波，因此，大质量、高速运动的天体就成为重要的引力波源，而且质量越大、天体越致密，产生的引力波的总能量也越大。如双黑洞并合事例[4]，此外，还包括双中子星绕转[8–10]、超新星爆发[11, 12]、中子星振荡[13, 14]等现象。传统上，实验探测的引力波波源主要分为致密双星的绕转与并合产生的引力波[15, 16]、连续引力波[17, 18]、随机背景引力波[19–23] 以及引力波暴[24–27]。引力波暴一般产生于剧烈的天体爆发事件，例如核心坍缩超新星爆发[28]、脉冲星周期跃变[29]等。但是，一方面处理星体坍缩过程中往往需要考虑到流体动力学、中微子输运过程、磁场等，因此很难进行数值计算；另一方面，核心坍缩超新星爆发的最终产物之一是中子星，而对于中子星的内部结构至今也没有明确的答案。基于上述两方面的原因，虽然核心坍缩超新星爆发过程会产生引力波信号，引力波暴的精确预言仍具有很大的不确定性。图 1 是 Ott 等人[28]模拟的旋转核心坍缩产生的引力波暴波形示意图，其波形的细节特征仍有待更多研究。



注：波源的距离是 10 kpc。

图 1 引力波暴波形示意图

下文我们将着重介绍核心坍缩型超新星爆发过程，包括核心坍缩、反弹以及最终形成中子星阶段产生的引力波暴，并借此展望电磁辐射与引力波辐射的协同观测的前景和意义。本篇文章中所有波源的距离均采用 $D = 10\,\mathrm{kpc}$。

2 核心坍缩型超新星爆发过程中产生的引力波暴

核心坍缩型超新星是质量较大的主序恒星结束其核燃烧阶段时产生的一种爆发现象，

爆发时释放的能量约为 10^{46} J。质量不小于 10 $M_\odot$ 的前身星，其中心部分经过核聚变后最终形成 Fe 元素，而 Fe 元素有最大的比结合能，所以不会继续产生核反应释放能量以抵抗自引力。随着聚变反应的不断进行，Fe 核的质量将不断增加；当 Fe 核的质量超过钱德拉塞卡质量极限时，自引力将超过电子简并压，Fe 核将被进一步坍缩形成中子星或黑洞。

在坍缩过程中，当 Fe 核中心密度超过饱和核物质密度 $\rho_{\rm nuc} \approx 2.8 \times 10^{14}\,{\rm g \cdot cm^{-3}}$ 时，将会产生反弹激波。早期关于核心坍缩型超新星的研究认为，反弹激波携带的能量足以使超新星爆发，这种机制被称为瞬时暴。然而，后来研究发现激波在向外传播的过程中使得 Fe 原子核裂变，激波将消耗大量的能量，最终不可能导致超新星爆发[30]。超新星爆发之后形成的中子星称为原中子星，其内部温度很高且通过辐射中微子来使得内部温度降低，在这过程中携带的能量约为 10^{46} J，这当中约有 1% 的能量被原中子星外围物质吸收。研究发现原中子星外围物质吸收的能量或能成功导致超新星爆发[31–33]。这个过程中微子向外传播需要一定的时间才能将能量传递给外围物质，因此这种爆发机制称为延迟暴①。

由上述分析，我们可以将核心坍缩型超新星爆发的整个过程分为核心坍缩、产生反弹激波、激波向外传播，以及原中子星向外辐射中微子产生延迟暴四个阶段。在这四个阶段中，坍缩前 Fe 核的旋转、反弹过程中产生的对流不稳定性和原中子星的振荡等都会有相应的引力辐射产生。下面我们将一一介绍不同的过程所产生的引力波信号。

2.1　旋转的 Fe 核坍缩和反弹

Dimmelmeier 等人[34]研究了旋转的 Fe 核坍缩和反弹过程中产生的引力波信号，该信号依赖于坍缩前 Fe 核的角速度Ω_c。在牛顿极限下，较差转动角速度 Ω 满足如下关系式[35]：

$$\Omega = \Omega_c \frac{A^2}{A^2 + d^2} \quad , \tag{1}$$

其中，$d = r \sin\theta$ 是到旋转轴的距离 (θ 为极角)，参数 A 刻画了较差自转的程度。当 $A \to \infty$ 时，$\Omega/\Omega_c = 1$，当 $A \to 0$ 时，$\Omega/\Omega_c = A^2/d^2$。

表 1　旋转的 Fe 核坍缩和反弹过程中产生的引力波信号的相关参数[36]

类别	旋转速率Ω_c /$({\rm rad \cdot s^{-1}})$	最大振幅$\lvert h_{\rm peak}\rvert$ /10^{-21}	最大频率$f_{\rm peak}$ /Hz	辐射能量$E_{\rm GW}$ /$(10^{-8}\,M_\odot \cdot c^2)$
1	$\lesssim 1 \sim 1.5$	$\lesssim 0.5$	$700 \sim 800$	$\lesssim 0.1$
2	$6 \sim 13$	10	$400 \sim 800$	5
3	$\gtrsim 6 \sim 13$	$3.5 \sim 7.5$	$70 \sim 200$	$0.07 \sim 0.5$

Dimmelmeier 等人[34]计算了角速度 Ω_c、前身星的质量 M、参数 A 以及不同的物态对引力波暴信号的影响。他们的结果表明引力波信号主要依赖于星核角速度 Ω_c，其次才是前身星的质量 M。此外，他们发现较差自转和不同的物态对引力波的影响很小，具体的计算

①关于核心坍缩型超新星爆发过程的详细讨论，可参看徐仁新著的《天体物理导论》，2006 年，北大出版社，第 5.3.3 小节。

结果可参考文献 [34] 中的图 3 和图 11。Dimmelmeier 及其合作者根据 Fe 核角速度 Ω_c 的大小，将引力波信号分为以下三类。

(1) 当 Fe 核的旋转很慢时 (即 $\Omega_c \lesssim 1 \sim 1.5\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$)，产生的引力波的振幅将很小，其最大值 $|h_{\max}|$ 低于 5×10^{-22}。数值结果表明，当缓慢旋转时，在激波后区域内将出现强烈且快速的对流翻转，这是反弹激波速度降低后，在激波后面的区域形成负熵梯度所致。具体关于对流不稳定性的问题我们将在下一节中讨论。

(2) 当 $\Omega_c \lesssim 6 \sim 13\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 时，Fe 核旋转的速度加快产生较大的质量四极矩并且内核旋转的质量也会增加，因此产生较强的引力波信号。

(3) 当 Fe 核旋转得非常快时 (即 $\Omega_c \gtrsim 13\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$)，离心力作用的增加使得核心反弹；计算结果表明此过程产生的最大引力波振幅可以达到 $|h_{\max}| = 7.5\times10^{-21}$。

Ott[36]总结了不同的 Fe 核的旋转速度产生的引力波信号。在表 1 中我们展示了在不同的 Fe 核旋转速度下，引力波信号的相关参数；其中 $|h_{\max}|$ 是产生最大引力波特征振幅，E_{GW} 是辐射的总能量，f_{peak} 是引力波能谱 $\mathrm{d}E_{\mathrm{GW}}/\mathrm{d}f$ 的最大值所对应的频率。根据 Heger 等人[37, 38]关于恒星演化模型和脉冲星自转周期的计算结果，有太阳金属丰度的普通大质量恒星的星核旋转角速度低于 $1\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。基于表 1 的结果，在这种情况下引力波的特征振幅是 0.5×10^{-21}，辐射的引力波的总能量大约是 $0.1\times10^{-8}\,M_\odot\cdot c^2$。若此类源位于银河系内，则该过程产生的引力波信号将会被 Advanced LIGO 探测器探测到。更快的 Fe 核旋转的原因可能与伽马射线暴的起源有关，相关的研究可参看文献 [39]。

2.2 对流不稳定性

天体物理所涉及的大多数流体动力学问题都会有不稳定性。不稳定是流体动力平衡受到某种扰动后出现的一种现象。不稳定导致激波经过后流体的密度、压强梯度和熵等的变化，促使流体发生翻腾，最终使流体充分混合，达到平衡态温度；这种运动称为对流不稳定性。下面我们将介绍核心坍缩型超新星在反弹阶段由于对流不稳定性而产生的引力波信号。

随着反弹演化的进行，原中子星向外辐射中微子，将能量传递给在激波后的净能量沉积区域，此过程产生负熵梯度使得中微子驱动产生对流不稳定性。Woosley 和 Weaver[40]考虑了中微子驱动和长期吸积激波不稳定性[41, 42] (standing-accretion-shock instability, SASI) 产生的引力波信号。

Woosley 和 Weaver[40]研究了二维的核心坍缩型超新星爆发，考虑的前身星的质量是 $15\,M_\odot$。整个模拟过程持续了 850 ms，产生的引力波特征振幅[43]可以表示为：

$$h_{\mathrm{char}}(f) = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{2}{\pi^2}\frac{G}{c^3}\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{GW}}}{\mathrm{d}f}}\ , \tag{2}$$

其中，D 是波源的距离，G 是万有引力常数，c 是光速。由于中微子驱动和长期吸积激波不稳定性，辐射的引力波总能量大约是 $7.5\times10^{-12}\,M_\odot\cdot c^2$，相应的频率范围是 $100\sim500\,\mathrm{Hz}$。除了中微子驱动产生对流不稳定性以外，由于产生了负的径向轻子梯度，原中子星也是对流不稳定的。Müller 等人[44]研究了原中子星的对流过程。在他们的计算中，核心坍缩型超新星爆发的全过程持续了 1.2 s，产生的引力波的特征振幅是 $(2\sim5)\times10^{-23}$，辐射的引力波

的总能量约为 $1.6\times10^{-10}\,M_{\odot}\cdot c^2$，特征频率范围是 700 ~ 1 500 Hz。我们将相关结果展示在表 2 中。

表 2　对流不稳定性过程产生的引力波信号的相关参数[36]

过程	特征振幅 $\lvert h\rvert$ /10^{-23}	特征频率 f /Hz	持续时间 Δt /ms	辐射能量 $E_{\rm GW}$ /$(10^{-12}\,M_{\odot}\cdot c^2)$
中微子驱动和长期吸积激波不稳定性	6	100 ~ 500	850	7.5
原中子星对流	2 ~ 5	700 ~ 1 500	1 200	1.6

3　原中子星的振荡

核心坍缩型超新星爆发的最终产物是原中子星，其内部的温度很高，随着内部的中微子向外辐射使原中子星内部的温度逐渐降低，最终原中子星冷却。这一章中，我们将介绍在牛顿框架下原中子星的振荡理论[13]，并分析产生各种振荡模式的恢复力，然后讨论具体的g模式主导下产生的引力辐射,最后探讨引力波暴对中子星物态的依赖。

3.1　中子星的非径向振荡

1988 年，McDermott 等人[13]研究了在牛顿框架下中子星的非径向振荡。若中子星内部某一流体元发生一小扰动后所处的状态称为扰动态，此时中子星内部物理量可以看作是由平衡态所对应的物理量加上一小扰动变量构成。例如，密度、压强和引力势为：

$$\begin{cases} \rho &= \rho_0+\delta\rho \\ p &= p_0+\delta p \\ \varPhi &= \varPhi_0+\delta\varPhi \end{cases}\quad , \tag{3}$$

其中，f_0 表示平衡态量，δf 为扰动变量 ($f\in\{\rho,p,\varPhi\}$)。通常描述流体运动有两种方法，即拉格朗日方法和欧拉方法，且两种方法之间存在如下转换关系[45]：

$$\delta f=f'+\delta\boldsymbol{r}\cdot\nabla f_0\quad , \tag{4}$$

其中，δf 和 f' 分别表示拉格朗日扰动变量和欧拉扰动变量。

描述中子星在线性、绝热条件下非径向振荡基本方程组之前，McDermott 等人[13]先将位移矢量 $\delta\boldsymbol{r}$ 分解为径向分量和水平分量，即 $\delta\boldsymbol{r}=\xi_r\boldsymbol{e}_r+\boldsymbol{\xi}_h$。这样一来，在球坐标系下，中子星在线性、绝热条件下的非径向振荡基本方程组为：

$$\text{连续性方程：}\quad \frac{\delta\rho}{\rho}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\xi_r)+\nabla_h\cdot\boldsymbol{\xi}_h=0\quad , \tag{5}$$

运动方程：
$$\frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} = -\frac{\partial \Phi'}{\partial r} - \frac{\rho'}{\rho}\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial r} \quad , \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}_h}{\partial t^2} = -\nabla_h \Phi' - \nabla_h \left(\frac{p'}{\rho}\right) \quad , \tag{7}$$

绝热状态方程：
$$\frac{\delta p}{p} = \Gamma_1 \frac{\delta \rho}{\rho} \quad , \tag{8}$$

泊松方程：
$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \nabla_h^2\right]\Phi' = 4\pi G \rho' \, . \tag{9}$$

这里的绝热指数定义为 $\Gamma_1 \equiv (\mathrm{d}\ln p/\mathrm{d}\ln \rho)_{\mathrm{ad}}$，此外有，

$$\nabla_h \equiv \boldsymbol{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \boldsymbol{e}_\varphi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi} \quad , \qquad \nabla_h^2 \equiv \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad . \tag{10}$$

McDermott 等人[13]对此方程组进行改写，得到只含有变量 $p'(r)$, $\Phi'(r)$ 和 ξ_r 的方程组：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\xi_r\right) - \frac{g}{c_s^2}\xi_r - \left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)\frac{1}{c_s^2\rho}p' = \frac{l\,(l+1)}{r^2\omega^2}\Phi' \quad , \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}r} + \frac{g}{c_s^2}p' - \rho\left(\omega^2 - N^2\right)\xi_r = -\rho\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}r} \quad , \tag{12}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}r}\right) - \frac{l\,(l+1)}{r^2}\Phi' = 4\pi G\left(\frac{p'}{c_s^2} + \frac{\rho N^2}{g}\xi_r\right) \quad , \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{g} \equiv -\nabla\Phi$，绝热声速 c_s 满足 $c_s^2 \equiv \mathrm{d}p/\mathrm{d}\rho = \Gamma_1 p/\rho$，声速频率 (Lamb 频率) S_l 满足 $S_l^2 = l\,(l+1)\,c_s^2/r^2$，浮力频率 (Brunt–Väisälä 频率) N 满足 $N^2 = g\left(\frac{1}{\Gamma_1}\frac{\mathrm{d}\ln p}{\mathrm{d}r} - \frac{\mathrm{d}\ln\rho}{\mathrm{d}r}\right)$；此外，这里还使用了 $\nabla_h^2 Y_{lm}(\theta,\varphi) = -\frac{l(l+1)}{r^2}Y_{lm}(\theta,\varphi)$，其中 $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ 是球谐函数，l 是角向方向的节点数。为了方便起见，我们省略了平衡态物理量的下标“0”。

式 (11)－(13) 中，当径向节点数 $|n|$ 和水平方向的节点数 l 的值很大时，可以忽略引力势的扰动项，即 $\Phi' = 0$，这种近似方法称为 Cowling 近似[46]。最终式 (11)－(13) 改写为只含有变量 ξ_r 的二阶微分方程 (详细的分析过程可参考文献 [47, 48])，即

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi_r}{\mathrm{d}r^2} = \frac{\omega^2}{c_s^2}\left(1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right)\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)\xi_r \quad . \tag{14}$$

此时，式 (14) 能够很好地描述振荡模式的整体特性，并且也可以得到各种振荡模式所对应的频率范围。为了能够更好地分析不同的振荡模式，我们把式 (14) 写为：

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi_r}{\mathrm{d}r^2} = -K_s(r)\xi_r \quad , \tag{15}$$

其中，K_r 表示为：

$$K_s(r) = \frac{\omega^2}{c_s^2}\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right)\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right) \quad . \tag{16}$$

由式 (15) 我们可以看出，ξ_r 的局域表现形式依赖于 $K_s(r)$ 的符号。当 $K_s(r)$ 大于 0 时，ξ_r 可以近似地表示为：

$$\xi_r \approx \cos\left(\int K_s^{1/2}\mathrm{d}r + \phi\right) , \qquad K_s(r) > 0 \quad , \tag{17}$$

其中 ϕ 是由边界条件所决定的相位。式 (17) 给出了在某一局域内，ξ_r 是 r 的振荡函数。当 $K_s(r)$ 小于 0 时，ξ_r 可以近似地表示为：

$$\xi_r \approx \exp\left(\pm\int |K_s|^{1/2}\mathrm{d}r\right) , \qquad K_s(r) < 0 \quad . \tag{18}$$

由式 (18) 我们可以看出，ξ_r 是 r 的指数递增或递减的函数。这样，我们根据 ω 的取值分为两种情况，

$$|\omega| > |N| \quad 和 \quad |\omega| > S_l \quad , \tag{19}$$

$$|\omega| < |N| \quad 和 \quad |\omega| < S_l \quad . \tag{20}$$

相应地，我们可以得到两类振荡模式：满足式 (19) 的振荡模式称为高频率振荡模式，其恢复力是压力，所以高频率振荡模式又称为 p 模式；满足式 (20) 的振荡模式称为低频率振荡模式，其恢复力是浮力，因此将低频率振荡模式称为 g 模式。此外，与 p 模式类似的一种振荡模式是 f 模式。虽然 f 模式的恢复力仍然是压力，但其频率范围却介于 p 模式和 g 模式之间。关于 f 模式的详细讨论可参考 McDermott 等人[14]的研究工作。更多的恒星振荡模式可参考文献 [49, 50]。

3.2　原中子星 g 模式主导下产生的引力波暴

McDermott 等人[13, 14]计算了在线性、绝热条件下，原中子星的各种振荡模式产生的引力辐射以及各种振荡模式所对应的振荡周期。2006 年，Ott 等人[51]研究了二维核心坍缩型超新星在核心坍缩、反弹阶段以及原中子星的 g 模式下产生的引力波暴。他们选择了 s11WW[40], m15b6[37] 和 s25WW[40] 三种模型，其前身星的质量分别为 11 $M_\odot$, 25 $M_\odot$, 15 $M_\odot$；此外，s11WW 模型、m15b6 模型和 s25WW 模型中 Fe 核心质量分别是 1.37 $M_\odot$, 1.47 $M_\odot$ 和 1.92 $M_\odot$。Ott 等人[51]通过计算发现，对于 s11WW 模型和 m15b6 模型，当演化时间持续到 400 ms 时，引力波完全由 g 模式主导产生。通过 Ott 等人[51]的计算结果，我们发现在整个超新星爆发的过程中，g 模式主导产生的引力波是最强的，与之相对应的引力波特征振幅也最大。而对于 s25WW 模型，其前身星的星体结构与前两种模型相比有很大的差异，更重要的是 s25WW 模型中 Fe 核心的质量大于前两种模型，因此在演化的过程中产生的引力波波形也与前两种模型不一样。在 s25WW 模型中，g 模式主导产生的引力波发生在 500 ms 时 (具体的引力波波形图可参看 Ott 等人[51]研究工作中的图 1 和图 2)，当演化时间持续到 900 ms 时，产生了更强的引力波信号。Ott 等人[51]分析认为，此时的引力波信号是由更高阶的 g 模式产生，其引力波特征振幅可以达到 5×10^{-20}。

表 3 展示了原中子星 g 模式产生的引力波信号的相关参数，其中特征振幅 h_{char} 由公式 (2) 给出。从表 3 中我们可以看到，s11WW 模型和 m15b6 模型产生的引力波特征振幅约为

1.3×10^{-21}，而 s25WW 模型产生的引力波特征振幅可以达到 5×10^{-20}。此外，三种模型中辐射的引力波的总能量分别是 $1.4\times10^{-8}\,M_\odot\cdot c^2$, $1.6\times10^{-8}\,M_\odot\cdot c^2$ 和 $8\times10^{-5}\,M_\odot\cdot c^2$。根据表 3 展示的引力波信号的相关参数，我们发现其前身星的质量和Fe核心质量越大，产生的引力波的能量也越大。Ott[36]通过不同的模型计算发现，在整个核心坍缩型超新星的过程中中子星的振荡模式可能是产生引力波的主要机制。

表 3 g 模式主导下产生的引力波信号的相关参数[51]

模型	特征振幅 $\lvert h\rvert$ $/10^{-21}$	特征频率 f /Hz	持续时间 Δt /ms	辐射总能量 $E_{\rm GW}$ $/(10^{-7}\,M_\odot\cdot c^2)$
s11WW	1.3	654	1 045	0.16
s25WW	50.0	937	1 110	824.28
m15b6	1.2	660	927.2	0.14

3.3 引力波暴的物态依赖性

最后我们讨论引力波暴的物态依赖性。我们知道，物态方程是描述星体微观属性和宏观结构的重要纽带。物态方程给出了物质内部压强 p 和密度 ρ 之间的关系，如果密度增加所对应的压强上升较快，则称物态方程较“硬”；反之，则较“软”。研究结果表明，不同的星体内部成分和结构，甚至同一种结构中运用不同的相互作用理论，都会给出不同的物态方程。

Marek 等人[52]利用二维情况下质量为 $15\,M_\odot$ 的前身星模型[40]，模拟了核心坍缩型超新星爆发的全过程。Marek 等人在研究过程中采用了两种不同的核物态方程，即 Lattimer 和 Swesty[53]物态方程 (L-S 模型)，以及Hillebrandt 等人[54]的物态方程 (H-W模型)。两种模型最大不同就是 H-W 物态方程比 L-S 模型更硬。Marek 等人计算发现，L-S 模型产生的引力波特征振幅是 5×10^{-22}，特征频率范围在 $600\sim800$ Hz 内。与 L-S 模型相比，H-W 模型计算得到的引力波特征振幅更小，相应的特征频率范围在 $300\sim600$ Hz 内。计算结果表明，L-S 模型物态更“软”，中子星致密度更大，产生的引力辐射也更强。

4 总结与展望

我们在本文详细讨论了 Fe 核旋转的角速度和对流不稳定性对引力波暴的影响，并且分析了中子星的各种振荡模式，包括 g, f, p 模式。在此基础上，我们讨论了 g 模式产生的引力波信号的特征振幅、频率以及辐射的总能量。与 Fe 核旋转的角速度和对流不稳定性相比，引力波主要来源于原中子星的振荡模式。除上述振荡模式外，Andersson 和 Kokkotas[55]研究发现，若不考虑中子星内部的耗散机制，转动的中子星的 r 振荡模式是不稳定的。在此基础上，Owen 和 Lindblom[56]研究发现，r 模式的不稳定性产生的引力波信号将有可能被新一代的引力波探测器探测到。

虽然核心坍缩型超新星是重要的引力波天体物理源之一，但是至今地面引力波探测器都

没有直接探测到相关的引力波信号[57−60]，其原因是超新星爆发时复杂的物理过程以及中子星的物态至今尚未清楚。因此，即使理论上有相应的波形模板，也未必精确。而 GW170817 引力波事件[8]提供了解决这些问题的办法。该引力波事件是由相互绕转的两个中子星旋近阶段产生，更重要的是有多波段的电磁辐射观测。因此对于核心坍缩型超新星爆发，我们亦可采用相同的方法，对这类事件进行电磁波和引力波的协同观测，这样将会更好地理解核心坍缩型超新星爆发的整个过程，从而进一步来探究引力波暴的波形特征。

最后值得一提的是，2020 年 12 月 10 日 4 时 14 分，由中国科学院空间科学 (二期) 先导专项部署的引力波暴高能电磁对应体全天监测器 (gravitational wave high-energy electromagnetic counterpart all-sky monitor, GECAM) 卫星顺利发射升空[61]。GECAM 卫星的科学目标是对引力波伽马暴、快速射电暴高能辐射等高能天体现象进行全天候的观测。我们也希望未来通过 GECAM 与地面引力波探测器的协同观测，能够深入研究核心坍缩型超新星的爆发过程以及中子星的内部结构。

参考文献：

[1] Einstein A. Königlich Preuβische Akademie der Wissenschaften, Berlin: Sitzungsberichte, 1916：688
[2] Einstein A. Königlich Preuβische Akademie der Wissenschaften, Berlin: Sitzungsberichte, 1918：154
[3] Maggiore M. Gravitational waves, Volume 1: Theory and Experiments. UK: Oxford, 2007
[4] Abbott B P, Abbott R, Abbot T D, et al. Phys. Rev. Lett, 2016, 116: 061102
[5] Liu J, Wang G, Hu Y M, et al. Chin. Sci. Bull, 2016, 61: 1502
[6] Abbott B P, Abbott R, Abbot T D, et al. Phys. Rev. X, 2019, 9: 031040
[7] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. arXiv:2010.14527
[8] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. Phys. Rev. Lett, 2017, 119: 161101
[9] Shao L. Physics, 2019, 48: 567
[10] Lai X Y, Xu R X. Physics, 2019, 48: 554
[11] Kotake K, Sato K, Takahashi K. Rept. Prog. Phys, 2006, 69: 971
[12] Fryer C L, New K C B. Living Rev. Rel, 2011, 14: 1
[13] McDermott P N, van Horn H M, Hansen C J. ApJ, 1988, 325: 725
[14] McDermott P N, van Horn H M, Scholl J F. ApJ, 1983, 268: 837
[15] Jaffe A H, Backer D C. ApJ, 1991, 379: L17
[16] Jaffe A H, Backer D C. ApJ, 2003, 583: 616
[17] Lasky P D. PASA, 2015, 32: e034
[18] Horowitz C J, Kadau K. Phys. Rev. Lett, 2009, 102: 191102
[19] Maggiore M. Phys. Rept, 2000, 331: 283
[20] Buonanno A. arXiv:gr-qc/0303085
[21] Hogan C J, Bender P L. Phys. Rev. D, 2001, 64: 062002
[22] Kamionkowski M, Kosowsky A, Stebbins A. Phys. Rev. D, 1997, 55: 7368
[23] Allen B, Brustein R. Phys. Rev. D, 1997, 55: 3260
[24] Coccia E, Dubath F, Maggiore M. Phys. Rev. D, 2004, 70: 084010
[25] 唐孟希, 李芳昱, 赵鹏飞, 等. 云南天文台台刊, 2002, 03: 0071
[26] 黄玉梅, 王运永, 汤克云, 等. 天文学进展, 2007, 25: 58
[27] 赵文, 张星, 刘小金, 等. 天文学进展, 2017, 35(3): 1
[28] Ott C D, Burrows A, Livne E, Walder R. ApJ, 2004, 600: 834

[29] Yim G, Jones D I. MNRAS, 2020, 498: 3138
[30] Colgate S A, White R H. ApJ, 1966, 143: 626
[31] Wilson J R. Numerical Astrophysics. 1985, 173: 431
[32] Bethe H H, Wilson J R. ApJ, 1985, 295: 14
[33] Wilson J R, Mayle R W. Phys. Rev, 1988, 163: 1
[34] Dimmelmeier H, Ott C D, Marek A, et al. Phys. Rev. D, 2008, 78: 064056
[35] Komatsu H, Eriguchi Y, Hachisu I. MNRAS, 1989, 237: 355
[36] Ott C D. Class. Quant. Grav, 2009, 26: 063001
[37] Heger A, Woosley S E, Spruit H C. ApJ, 2005, 626: 350
[38] Ott C D, Burrows A, Thompson T A, et al. ApJS, 2006, 164: 130
[39] Woosley S E, Bloom J S. ARA&A, 2006, 44: 507
[40] Woosley S E, Weaver T A. ApJS, 1995, 101: 181
[41] Scheck L, Janka H T, Foglizzo T, et al. A&A, 2008, 477: 931
[42] Burrows A, Livne E, Dessart L, et al. ApJ, 2006, 640: 878
[43] Flanagan E E, Hughes S A. Phys. Rev. D, 1998, 57: 4535
[44] Müeller E, Rampp M, Buras R, et al. ApJ, 2004, 603: 221
[45] Poisson E, Will C M. Gravity. Cambridge: Cambridge University Press, 2014
[46] Cowling T G. MNRAS, 1941, 101: 367
[47] Aerts C, Christensen-Dalsgaard J, Kurtz D W. Asteroseismolog. Astronomy and Astrophysics Library, UK: Springer, 2010
[48] Margarida S C. Theory of Stellar Oscillations. arXiv:1711.01236
[49] Cox J P. Theory of Stellar Pulsation. Princeton Series in Astrophysics, Princeton: University Press, 1980
[50] Unno W, Osaki Y, Ando H, et al. Nonradial oscillations of stars, Tokyo: University of Tokyo Press, 1989
[51] Ott C D, Burrows A, Dessart L, et al. Phys. Rev. Lett, 2006, 96: 201102
[52] Marek A, Janka H T, Mueller E. A&A, 2009, 496: 475
[53] Lattimer J M, Swesty F D. Nucl. Phys, 1991, A535: 331
[54] Hillebrandt W, Nomoto K, Wolff R G. A&A, 1984, 133: 175
[55] Andersson N, Kokkotas K D. Int. J. Mod. Phys. D, 2001, 10: 381
[56] Owen B J, Lindblom L. Class. Quant. Grav, 2002, 19: 1247
[57] Ando M, Akutsu T, Akutsu T, et al. Class. Quant. Grav, 2005, 22: S1283
[58] Dimmelmeier H, Font J A, Muller E. A&A, 2002, 393: 523
[59] Hayama K, Kuroda T, Kotake K, et al. Phys. Rev. D, 2015, 92: 122001
[60] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Phys. Rev. D, 2020, 101: 084002
[61] Zhang D L, Xiong S L, Zhang F, et al. arXiv:1804.04499

Gravitational Wave Bursts from Core-Collapse Supernovae

LI Hong-bo[1,2], SHAO Li-jing[2,3], XU Ren-xin[1,2]

(1. Department of Astronomy School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China; 2. Kavli Institute for Astronomy and Astrophysics, Peking University, Beijing 100871, China; 3. National Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)

Abstract: Ever since the very first experimental effort to detect gravitational waves, core-collapse supernovae have been considered as important gravitational wave sources. In this paper, we review the relevant knowledge of gravitational wave in general relativity. We introduce the influence of the angular velocity of the iron core and the convection instability on gravitational wave bursts in stellar core collapse and its post-bounce phase. We overview the oscillation theory of proto-neutron stars, the final product of core-collapse supernova explosion, and the resulting gravitational wave bursts. Finally, we expect that the coincident observation of gravitational waves and electromagnetic waves by the international network of observatories, can help us understand the core-collapse supernova evolution and internal structure of neutron stars in the near future.

Key words: core-collapse supernovae; gravitational wave bursts; neutron stars; oscillation modes